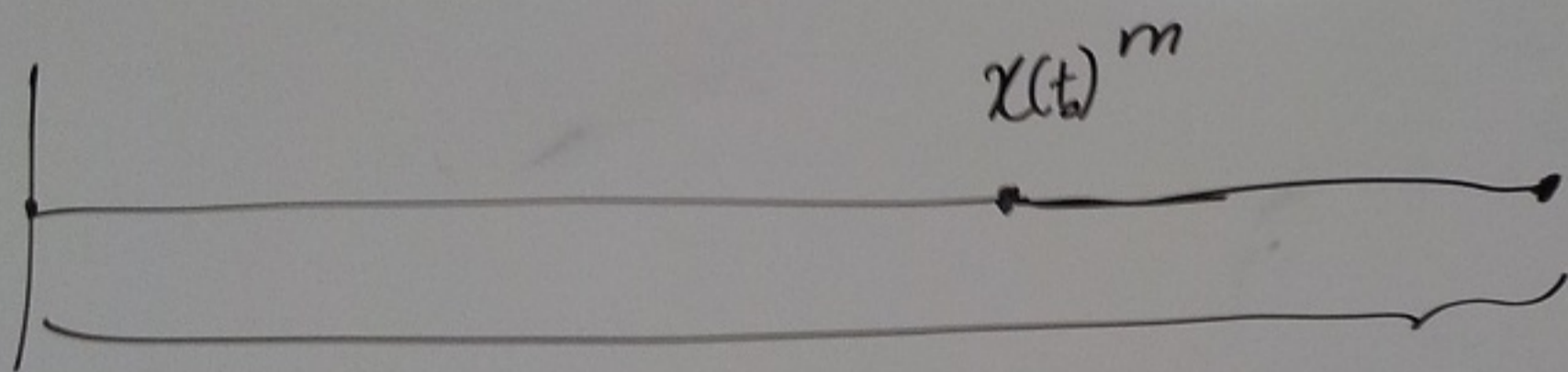


۳، ۷، ۱۳۹۲: ریاضیات مهندسی پیشرفته:

۱۹) مفهوم معادله $x + y = z$ چیست؟

تک مبدأ مکانی داریم. جسمی تک مقدار مسافت
رفته است. بعد از رفتن $\frac{1}{2}$ متر دیگر به $\frac{1}{2}^m$ رسیده
است.



$$x(t)^m + \frac{1}{2}^m = \frac{1}{2}^m$$

$x(t)$ چند است. یعنی متحرک در زمان t_0

در چه نقطه‌ای بوده است؟

در زمان
مکان

$$x(t)^m = 2^m - 2^m = 1^m$$

(۳۱)

(۳۰) مفهوم معادله $2x = 4$ چیست؟

متحرکی از یک مبدأ مکانی و زمانی شروع

کرده است و در زمان خاصی اگر صافند

پیموده را دو برابر کنیم 4^m می شود.

در زمان خاصی متحرک کجا بوده

است:

$$2x(t)^m = 4^m \Rightarrow x(t_0)^m = \frac{4^m}{2} = 2^m$$

در زمان خاص متحرک در فاصله I^m از مبدأ
مکان

(۳۱) مفهوم معادله $x(t) = x'(t)$ چیست؟

$$x(t)^m = x'(t)^{m/s}$$

$$x(t)^m = 1^s \times x'(t)^{m/s}$$

معادله بالایی گوید:

متحرکی داریم که در لحظه t در موقعیت $x(t)$

است. در همین لحظه سرعتش $x'(t)$

است. یعنی مثلاً در $t=1^s$ در موقعیت

$x'(1) = 1^m$ یعنی در همین نقطه $x'(1) = 1^m$

و در ثانیه بعد $x(2) = 1^m + 1^m = 2^m$
در این لحظه $x(t)$ $x'(t)$

$x(3^s) = 2^m + 2^m = 4^m$ یعنی $\begin{cases} x(2^s) = 2^m \\ x'(2^s) = 2^{m/s} \end{cases}$ لحظه

و در لحظه بعد $x(4^s) = 4^m + 4^m = 8^m$ و ...

یعنی به سرعت مقدار x زیاد

می شود.

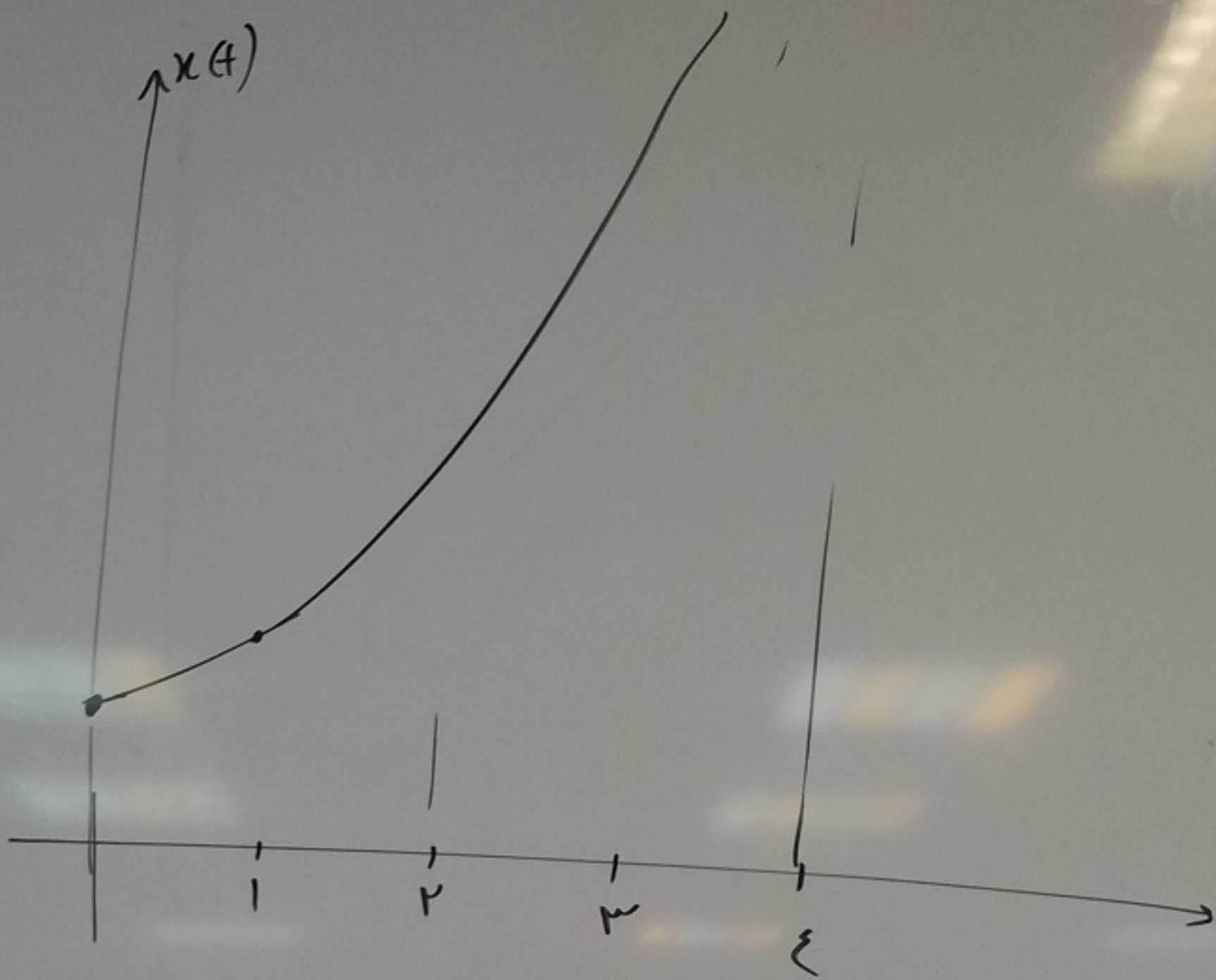
$$x'(t) = x(t) \Rightarrow x(t) = e^t$$

و ۱۹)

۳۲

P)

50



x(t)

x(t)

حل عددی معادله دیفرانسیل یعنی چه؟ (۳۲)

تحلیلی

$$x'(t) = x(t) \Rightarrow x(t) = e^t$$

معادله جواب بدست می آید

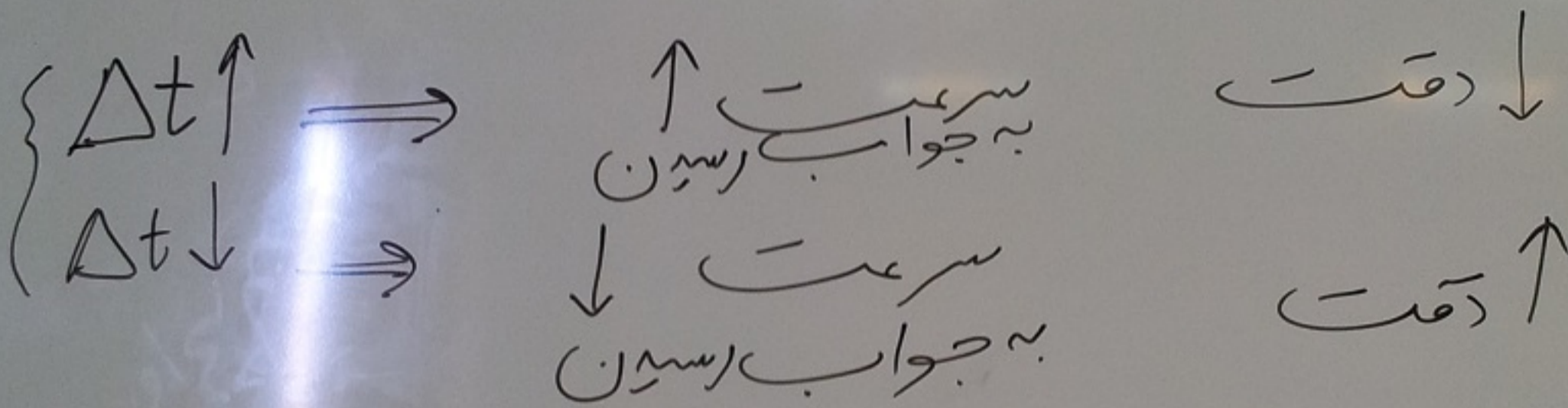
پس حل داریم

مقدار مجهول: عددی

در نقطه بدست می آید.
مثلاً در همین مساله

$$x'(t) = x(t) \quad x(1) = 0$$

معمولاً حل این جور مسئله است که یک Δt می گیریم:



$$\Delta t = 0.1$$

فرض کنید

$$t = 1 \Rightarrow \begin{cases} \chi'(1) = \chi(1) = 1 \\ \chi(1 + \Delta t) = 1 + \Delta t \times 1 = 1.1 \Rightarrow \chi(1, 1) = 1.1 \end{cases}$$

$$t = 1.1 \Rightarrow \begin{cases} \chi'(1.1) = \chi(1.1) = 1.1 \\ \chi(1.1 + \Delta t) = 1.1 + \Delta t \times 1.1 = 1.1 \times 1.1 \Rightarrow \chi(1.1, 1.1) = 1.1 \times 1.1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \chi'(1.1, 1.1) = \chi(1.1, 1.1) = 1.1 \times 1.1 \\ \chi(1.1, 1.1 + \Delta t) = 1.1 \times 1.1 + \Delta t \times 1.1 \times 1.1 = 1.1 \times 1.1 \times 1.1 \end{cases}$$

t = :

با همین روش در تمام نقاط $\chi(t)$ حساب

من شود. اگر ادامه دهیم: $t = 1$

$$\chi(1,5) = 1,441.7814$$

$$\chi(t) = e^{t-1}$$

که اگر رابطه تحلیلی

$t = 1.5$

$$\chi(1,5) = e^{1.5-1} = 1,4487$$

شود:

که با دقت از خوب است.

۳۳ در صحت کس هدف از گفتن

$t =$

معادله ای یعنی چه؟

هدف این است که موفقیت متحرک

را در لحظه بدینیم. هر کدام از معادلات

از بر به این معنی است که موقعیت (یعنی رانگی داینم

ولی یک رابطه از موقعیت می داینم

می داینم x در t کجاست $\Rightarrow x(t) = 5$

یعنی داینم $x(t)$ کجاست $x(t) + 2 = 3$
ولی داینم اگر x به آن اضافه

کنیم به موقعیت x می آید یعنی می توان از رابطه
بالا $x(t)$ رابطه است آورد.

خبر داینم $x(t)$ کجاست ولی $x'(t) = x(t)$
اگر سرعت $x(t)$ را حساب کنیم با

موقعیت یک شود یعنی می توان از رابطه بالا
 $x(t)$ رابطه است آورد.

مفهوم

$$\int \int \int \chi(t) dt dt dt + \chi(t) = \frac{1}{\chi(t)}$$

خی دانستم $\chi(t)$ که جابست ولی می توان
از رابطه بدست آورد.

روش تحلیلی \Rightarrow مقدار $\chi(t)$ می دهد.
از روی آن می توان مقدار
روش عددی \Rightarrow $\chi(t)$ در هر لحظه را بدست
آورد.

۳۴ مفهوم فضای اول بعدی و
چند بعدی را توضیح دهید؟

۱۱

مفهوم اولیه }
 صفر بعدی : نقطه
 یک بعدی : خط
 دو بعدی : صفحه
 ۳ بعدی : فضا
 ۴ بعدی : فضا + زمان

این مفهوم ریاضیات یا فیزیک نیست.

در ریاضیات یا فیزیک ←

و متغیر در حال تغییر است

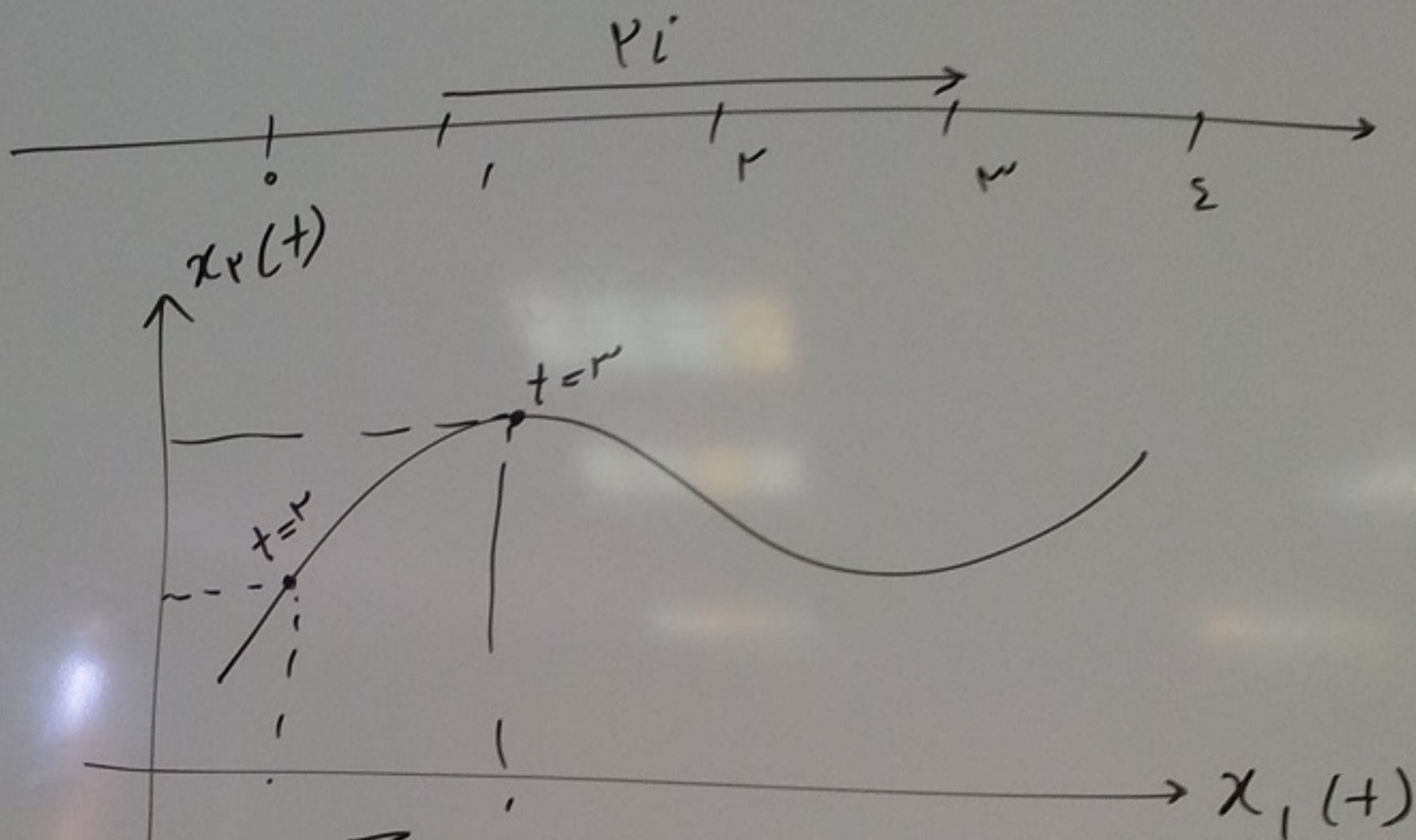
اگر متغیری نبود ← صفر بعدی

اگر ۱ متغیر داشتیم ← ۱ بعدی

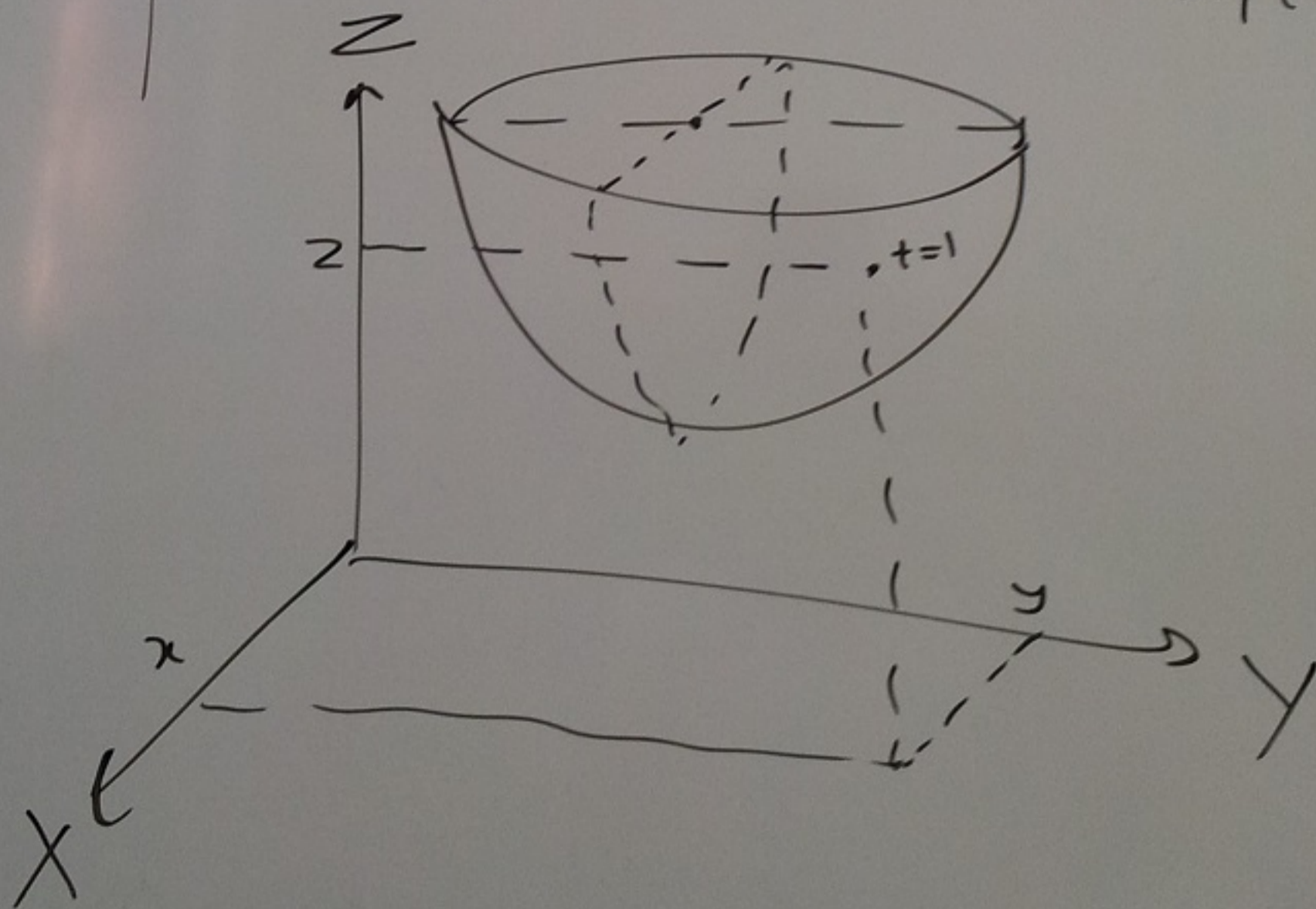
اگر ۳ متغیر داشتیم ← ۳ بعدی

تلاقی این دو مفهوم در موقع رسم شکل :

شکل ۱



شکل ۲



شکل ۳

و از ۳ بعد بالا تر قابل رسم نیست. در این حالت

یا از چند رسم ۳ بعدی یا از رسم ۲ بعدی استناد

می‌کنند!

(۳۵) یک مثال از فضای ۵ بعدی بزنند!

احتمال تشکیل این کلاس تا آخر ترم:

$\chi_1(t) =$ فشار دانشگاه

$\chi_p(t) =$ فشار استاد من

$x_3(t) =$ فشار خانواده

$x_4(t) =$ فشار معزوریت
اطلاقی

$x_5(t)$ احتمال تشکیل شدن
کلاس

$$+x_1'(t) - x_4'(t) = x_5'(t)$$

$$x_3'(t) = x_5(t)$$

⋮

⋮

|

معادلاتی نوشته از روی معادلات

وقتی معادله داریم یعنی تمام $x_i(t)$ و

$x_2(t)$ و $x_3(t)$ و $x_4(t)$ و $x_5(t)$ داریم.

۳۶) چرا در حل معادلات نیاز به تعریف چند متغیر

است؟

معمولاً دنبال یک متغیر هستیم ولی این

متغیر تنها پارامتر تعیین کننده نیست و وابسته

است به متغیرهای دیگر. اگر متغیرهای دیگر

تعریف نشود نوشتن معادله بسیار سخت

می شود. به این متغیرها که کلک می کنند

برای نوشتن معادله و بدست آوردن جواب آخر

متغیر حالت می گوئیم

(۳۷) تقریب ریاضی متغیر حالت چیست

متغیر حالت متغیری است

که به طور مستقیم از متغیرهای دیگر

بدست نمی آید ولی با بایستی متغیرها

وابستگی یا ارتباط دارد.

مثلاً در مسأله قتل

$X_4(t) =$ جمع خنجر خانواد +
خنجر دانشگاه

این متغیر حالت سینت چون از جمع دو

متغیر $x_2(t)$ و $x_1(t)$ بدست می آید.

$$x_2(t) = x_1'(t) = (\text{فشار داشگاه})'$$

به دست آوردن جزء ارتباط مستقیم سینت

پس این هم می تواند متغیر حالت باشد.

۳۸ آیامی توان برای سیستمی متغیر حالت

تعریف کرد؟

برای سیستمی برقی و مکانیک (علمی)

راه حلای مشخص داریم. ولی برای سیستمی

که غرض شناختن سیستم کار بسیار است و رفتن است. مثلاً در سیستم

اقتصادی کشور ما:

$x_1(t)$ سهمیت اجناس سرگروه
رئیس جمهور } \Rightarrow مسئله

$x_2(t)$ سهمیت اجناس باقی جاها

$x_3(t)$ آمار ارائه شده رئیس جمهور قبلی

$x_4(t)$ آمار ~ ~ ~ بعدی

و اینها فقط یک ایرانی می دهند.

(۳۹) معادلات حالت چیست؟

آیا این

ارتباط بین متغیرهای حالت است. فقط بالا همان

نکته: در معادلاتی که می نویسیم حداکثر مرتبه مرتبه

۱ باشد.

(۴) اگر در معادلات حالت نیاز به مرتبه دوم

بود چه کار کنیم؟

$$\underline{\underline{\chi(t) = \chi''(t)}} \Rightarrow \begin{cases} \chi_1(t) = \chi(t) \\ \chi_2(t) = \chi'(t) \end{cases} \text{ (c)}$$

یعنی

$$\begin{cases} \chi_2'(t) = \chi_1(t) \\ \chi_1'(t) = \chi_2(t) \end{cases}$$

تک

$$\begin{cases} x_2'(t) = x_1(t) \text{ (A)} \\ x_1'(t) = x_2(t) \text{ (B)} \end{cases} \text{ آیا این دو معادله}$$

همان $x(t) = x''(t)$ است؟

→ B $x_1'(t) = x_2(t)$ سیستم

$$x_1''(t) = x_2'(t) \text{ (A)}$$

$$x_1''(t) = x_1(t) \Rightarrow \text{(C)}$$

$$x''(t) = x(t)$$

یعنی سیستم تک بعدی $x(t) = x''(t)$ تبدیل

۴۱

۱

۳

تغییر
حال

جابجایی

مرتبه

دوم

x

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_1(t) \end{cases} \quad \text{یک سیستم خطی پیوسته}$$

که فقط $x_1(t)$ برای ما مهم است و خروجی است

(۴۱) در مورد متغیرهای حالتی که اضافه می‌شوند

ولی مهم نیستند چه نکته‌ای وجود دارد؟

این متغیرها معمولاً بیانگر یکی از وضعیتهای

مهم سیستم هستند. مثلاً در مثال قبیل

$x_1(t)$ خروجی، مکان

$x_2(t)$ مهم نبود اما سرعت

متغیر حالت

بندیل